



Десятый южный математический турнир

Старт-лига первая

I тур. 27.09.2015 г.



1. Есть 88 яблок, средний вес яблока равен 100 г. Средний тех вес яблок, которые легче 100 г, равен 85 г. Средний вес тех яблок, которые тяжелее 100 г, равен 135 г. Какое наименьшее число яблок может иметь вес ровно 100 г
2. В одной капле живут «амёбы-рыцари», которые всегда говорят правду, и «амёбы-лжецы», которые всегда лгут. Особенность их в том, что, сделав какое-то заявление, каждая из них меняет свой тип: «амёба-рыцарь» становится «амёбой-лжецом» и наоборот. Однажды миллион амёб расположились по кругу. Обходя по кругу два раза, их по очереди спрашивали: «Твои соседи сейчас одного типа?». Какое число ответов «Да» могло быть дано?
3. В треугольнике ABC провели биссектрису AL , высоту BH и медиану CM . Оказалось, что отрезок BH делится пополам прямой LM . Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.
4. Во время операции «Перехват» на кольцевой дороге стоят с равными промежутками 100 человек, среди них 50 – инспектора ГИБДД и 50 – сотрудники ФСБ. Докажите, что расстояние по кольцу между самыми близкими друг к другу инспекторами равно расстоянию по кольцу между самыми близкими друг к другу сотрудниками ФСБ.
5. Есть два квадрата общей площадью 1 дм². Докажите, что их можно без наложений поместить в плоскую квадратную коробку площадью 2 дм².
6. Дан ребус ДЕНЕГ+НАДО=МНОГО (разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые). Как велико может быть МНОГО (найдите наибольшее значение).
7. Резервуар заполняется из двух труб: одна с пресной водой, другая – с солёной. Если открыть кран с пресной водой, то резервуар заполнится за 7 часов. Если открыть оба крана – за 4 часа 40 минут. Заполняя пустой резервуар, открыли сначала солёную воду, а через некоторое время – ещё и пресную. Когда резервуар наполнился, солёность воды в нём стала 17%. Сколько минут прошло между открытием первого и второго кранов, если солёность солёной воды была 35%?
8. Есть шесть палочек общей длиной менее 2 м. Длина самой короткой палочки 1 дм. Докажите, что из каких-то трёх палочек можно сложить треугольник.