



Десятый южный математический турнир

Старт-лига первая

II тур. 28.09.2015 г.



1. В двух соседних вершинах 12-угольника стоят черная и белая фишки. За ход любую одну фишку можно передвинуть в свободную соседнюю вершину (фишки не обязательно ходят по очереди). Нельзя повторять позицию, которая была раньше. Может ли быть сделано более 112 ходов?
2. Петя разливает полтора литра сока по 6 кружкам так, чтобы во всех кружках сока было не поровну. Ход состоит в переливании из одной кружки в другую части сока так чтобы сока в этих двух кружках стало поровну. Первый ход делает Вася, а затем Петя делает сколько хочет таких ходов. Докажите, что Петя может так разлить вначале сок по кружкам, и затем так ходить, чтобы уравнивать объем сока во всех кружках независимо от Васиного переливания.
3. Даны 33 компьютера и неограниченное число кабелей 32 цветов. Можно ли соединить каждую пару компьютеров отдельным кабелем так, чтобы любая тройка компьютеров была соединена между собою кабелями трех разных цветов?
4. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C серединный перпендикуляр к биссектрисе BL пересекает катет BC в точке D . Докажите, что $BD=AL$.
5. На плоскости расставлены 400 точечных вебкамер. Угол обзора каждой камеры не более 179 градусов. Докажите, что какая-то из камер видит не все остальные камеры.
6. На доске выписан ряд из нескольких натуральных чисел, при этом каждая цифра использована ровно в одном из чисел и ровно один раз. Известно, что каждое число, начиная со второго, равно сумме цифр предыдущего, а последнее число – однозначное. Найдите его.
7. В вершинах куба записаны *различные* натуральные числа, а на каждом ребре – НОД чисел в его концах. Может ли сумма чисел в вершинах быть равной сумме чисел на ребрах?
8. У Д'Артаньяна и трёх мушкетеров есть 100 монет. Они едут в ряд, плечом к плечу. У тех, кто справа от Арамиса, в сумме 60 монет; слева от Атоса – 70 монет, а слева и справа от Портоса монет поровну. Сколько монет у Д'Артаньяна?