Десятый южный математический турнир

Старт-лига высшая

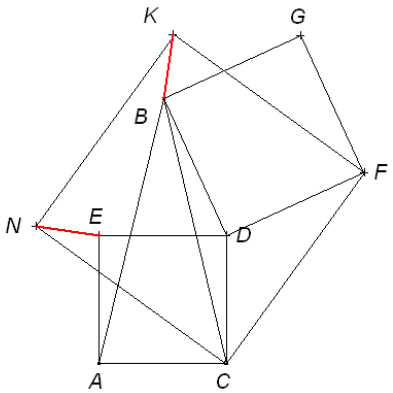
II тур. 28.09.2015 г.

1. В двух соседних вершинах 100-угольника стоят черная и белая фишки. За ход любую одну фишку можно передвинуть в свободную соседнюю вершину (фишки не обязательно ходят по очереди). Нельзя повторять позицию, которая была раньше. Какое наибольшее число ходов может быть сделано?

2. Петя разливает литр сока по 6 кружкам так, чтобы во всех кружках сока было не поровну. Ход состоит в переливании из одной кружки в другую части сока так чтобы сока в этих двух кружках стало поровну. Первый ход делает Вася, а затем Петя делает сколько хочет таких ходов. Докажите, что Петя может так разлить вначале сок по кружкам, и затем так ходить, чтобы уравнять объем сока во всех кружках независимо от Васиного переливания.

3. Даны 33 компьютера и неограниченное число кабелей 33 цветов. Можно ли соединить каждую пару компьютеров отдельным кабелем так, чтобы любая тройка компьютеров была соединена между собою кабелями трех разных цветов?

4. *ABC* – равнобедренный треугольник (*AB=BC*), *ACDE*, *BDFG*, *CFKN* – квадраты, расположенные так, как показано на рисунке. Докажите, что *EN=BK*.



5. Разбейте треугольник с углами 30°, 70° и 80° на два треугольничка и проведите в одном треугольничке биссектрису, а в другом – медиану так, чтобы они оказались параллельными.

6. На развилке сходится 9 дорог. От развилки стартует грузовик, в его кузове 9 ящиков весами в 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и 23 центнера. Каждый ящик должен быть доставлен и выгружен в магазин на своей дороге, удаленный от развилки на 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и 23 км соответственно, а до тех пор ящик остается в кузове. Шофёр берёт по рублю за каждый центнеро-километр, то есть считает пройденное расстояние между разгрузками, умножает его на вес груза и все эти произведения складывает. Какой минимальной платой может обойтись заказчик этой перевозки, если он сам выбирает порядок посещения магазинов? (чтобы попасть из одного магазина в другой приходится возвращаться на развилку)

7. В вершинах куба записаны *различные* натуральные числа, а на каждом ребре – НОД чисел в его концах. Может ли сумма чисел в вершинах быть равной сумме чисел на ребрах?

8. У Д'Артаньяна и трёх мушкетеров есть 100 монет. Они едут в ряд, плечом к плечу. У тех, кто справа от Арамиса, в сумме 60 монет; слева от Атоса – 70 монет, а слева и справа от Портоса монет поровну. Сколько монет у Д'Артаньяна?