



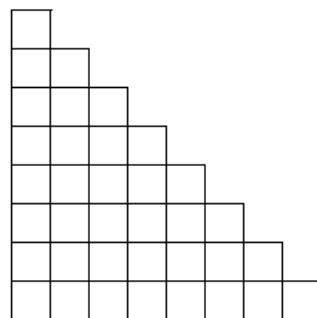
Десятый южный математический турнир

Старт-лига первая

III тур. 30.09.2015 г.



1. На столе по кругу лежат монеты в 1, 2 и 3 копейки. У копеек сосед по часовой стрелке лежит орлом, против часовой – решкой, у двушек – наоборот, а у 3-копеечных оба соседа лежат одинаково – оба орлом или оба решкой. Может ли на столе лежать в сумме ровно 10 рублей?
2. В треугольнике ABC на стороне AB взята такая точка D , что $BD=2AD$. Докажите, что одна из медиан треугольника ACD равна одной из медиан треугольника BCD .
3. На клетчатую полосу 1×50 неизвестным образом ставят корабль 1×2 . Какое наименьшее количество детекторов можно расположить заранее на доске так, чтобы можно было абсолютно точно определить расположение корабля? (Детектор в клетке ставится до появления корабля и показывает затем, занята клетка кораблём или нет.)
4. Равнобедренный треугольник ABC удалось разрезать на два меньших равнобедренных треугольника. Обязательно ли ABC – прямоугольный?
5. К левому берегу реки подошла компания туристов. Есть одна двухместная лодка. Каждый турист согласен на правый берег плыть только вместе с кем-нибудь из своих друзей, а на левый, если надо, плыть только в одиночку. У каждого в компании есть хотя бы один друг. Докажите, что все туристы смогут переправиться на правый берег.
6. Из шахматной доски выпилили все клетки выше диагонали. Оставшуюся фигуру (см. рис.) разбили по границам клеток на 8 прямоугольников так, чтобы среди них не было равных. Какая сумма периметров частей могла получиться? (Сторона клетки равна 1)



7. Найдите наименьшее натуральное число, записываемое одинаковыми цифрами и делящееся на 65.
8. В каждую клетку таблицы 4×4 записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, в 3 раза больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, на 5 больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во второй строке, если известно, что она равна сумме чисел в каком-то столбце.