



Десятый южный математический турнир

Старт-лига высшая

III тур. 30.09.2015 г.



1. На столе по кругу лежат монеты в 1, 2 и 3 копейки. У копеек сосед по часовой стрелке лежит орлом, против часовой – решкой, у двушек – наоборот, а у 3-копеечных оба соседа лежат одинаково – оба орлом или оба решкой. Может ли на столе лежать в сумме ровно 10 рублей?

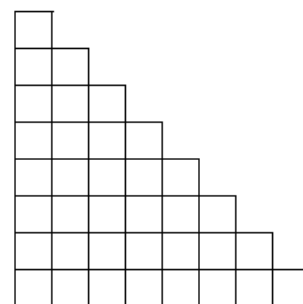
2. В треугольнике ABC биссектриса BL равна стороне AB . На отрезке BL выбрана точка K так что $\angle AKL = \angle BCA$. Докажите, что $AK = CL$.

3. Найдите все такие натуральные n , для которых $(n+6)(n+1200)$ – точный квадрат.

4. Даны 10 бумажных треугольников, среди их периметров нет равных. Вася должен разрезать один из треугольников на треугольник и четырехугольник, а затем разложить все имеющиеся фигуры на две группы. Всегда ли он может добиться, чтобы суммы периметров в группах были одинаковы?

5. Турист Саша узнал, что на правом берегу реки дают бесплатный WiFi. Он сообщил эту новость друзьям, те – своим друзьям, и т.д. Все, до кого дошла новость, собрались на левом берегу реки. Есть одна двухместная лодка. Каждый турист согласен на правый берег плыть только вместе с кем-нибудь из своих друзей, а на левый, если надо, плыть только в одиночку. Докажите, что все туристы смогут переправиться на правый берег так, чтобы никакой паре не пришлось плыть вместе более одного раза.

6. Из клетчатой доски $n \times n$ выпилили все клетки выше диагонали. Оставшуюся ступенчатую фигуру (см. рис. для $n=8$) нужно по границам клеток разбить на n прямоугольников так, чтобы среди них не было равных. Сколькими способами это можно сделать?



7. Найдите наименьшее натуральное число, записываемое одинаковыми цифрами и делящееся на 2015.

8. В каждую клетку таблицы 4×4 записано положительное число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, в 3 раза больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, на 5 больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел во второй строке, если известно, что она равна сумме чисел в каком-то столбце.