Одиннадцатый Южный математический турнир

ВДЦ «Орлёнок», 20-26.09.2016

Командная олимпиада. 20.09.2016

Команды 7 – 8 классов.

1. Барон Мюнхаузен, возвратясь из путешествия, рассказал, что в Солнечном королевстве время сдвинуто по отношению к Москве на нецелое число часов. В некоторый момент в Москве до полудня оставалось вчетверо меньше времени, чем в Солнечном. А через четыре с половиной часа уже в Солнечном до полудня оставалось вчетверо меньше времени, чем в Москве. Могли ли слова барона оказаться правдой?

2. Верно ли, что любой треугольник можно разрезать на три части, каждая из которых имеет ось симметрии?

3. На острове, где живут рыцари, говорящие только правду, и лжецы, говорящие только ложь, собралась компания. Каждый произнес одну фразу: «Среди всех остальных в этой компании (не считая меня) не больше *10* рыцарей и не больше *5* лжецов». Сколько рыцарей могло быть в компании?

4. Сколько различных остатков при делении на 5^{10} могут давать 10-значные числа, все цифры которых равны 1, 2, 3, 4 или 5?

5. Требуется покрасить все диагонали правильного 33-угольника в наименьшее количество цветов так, чтобы одноцветные диагонали не пересекались во внутренних точках (общую вершину одноцветные диагонали иметь могут). Каким наименьшим количеством цветов можно обойтись?

6. Дан квадрат $ABCD$. На его сторонах AB и AD и диагонали BD построены равносторонние треугольники ABE, ADF и BDG. При этом точка E лежит вне квадрата, точка F - внутри квадрата, точки G и C расположены в разных полуплоскостях относительно BD. Докажите, что отрезки EF и GD параллельны и равны.

7. Действительные числа a, b, c таковы, что $a+b+c=3$. Докажите, что

$a^2 + b^2 + c^2 \leq a^4 + b^4 + c^4$.

8. Петя и Вася расставляют наибольшее возможное количество несоприкасающихся (не имеющих общих точек) между собой кораблей 1×3 соответственно на полях 2015×2015 и 2016×2016. У кого из них и на сколько будет больше расставлено кораблей?