

Четырнадцатая Всероссийская смена «Юный математик»

Задания конкурсного отбора

6-7 классы

20 мая 2018 г.

1. Стрелки часов фирмы «Маятник» не чаще одного раза в неделю начинают идти в обратную сторону с прежней скоростью. Однажды Ваня, когда часы шли правильно, лег спать в 10 вечера и завел будильник на 7 утра. Когда он проснулся по будильнику, то обнаружил, что часы идут в «другую» сторону, но, судя по часам на смартфоне, было действительно 7 часов утра. Во сколько времени этой ночью часы изменили свой ход?
2. Вдоль прямого шоссе установлены несколько заправок. Водитель заметил, что каждая заправка, кроме первой и последней равноудалена от каких-то двух других заправок. Могут ли все отрезки шоссе между парами ближайших друг к другу заправок иметь различные длины?
3. На доске в порядке возрастания выписаны шесть последовательных натуральных чисел. Оказалось, что произведение первых четырех из них оканчивается на ту же цифру, что и произведение последних четырех. Произведение всех чисел кроме крайних оканчивается на другую цифру. На какую?
4. Разрежьте квадрат на девять треугольников, восемь из которых равны между собой и не равны девятому.
5. Незнайка разделил прямоугольник на 9 прямоугольных частей четырьмя прямыми разрезами и в каждой части написал её *периметр* (смотрите рисунок). Известно, что ровно в одной из частей Незнайка ошибся и подсчитал *периметр* неверно. В какой из частей Незнайка ошибся?

14	16	12
18	14	10
16	18	14
6. Девять клеток таблицы 4×9 (4 горизонтали, 9 вертикалей) покрашены в красный цвет, одиннадцать – в жёлтый, остальные – в зелёный. Если нажать на какую-нибудь горизонталь (или вертикаль) и в этой горизонтали (вертикали) клеток какого-то цвета было больше, чем каждого из двух других цветов, то вся горизонталь (вертикаль) перекрасится в этот цвет; иначе ничего не произойдет. Оказалось, что если нажать сначала на все горизонтали, а потом – на все вертикали, то все клетки станут красными. А если вместо этого нажать сначала на все вертикали, а потом – на все горизонтали, то все клетки станут желтыми. Приведите пример такой таблицы.
7. На волшебном дереве растут красные, белые и синие яблоки. Синие яблоки могут белеть и краснеть, а красные и белые могут срывать прохожие. Однажды, синих яблок висело столько же, сколько и красных, а белых в 7 раз больше, чем красных. На следующий день синих стало столько же, сколько и белых, а красных — в 7 раз больше чем белых. Докажите, что прохожие сорвали не менее $\frac{3}{4}$ всех яблок.
8. За большим круглым столом сидят 100 человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Известно, что среди присутствующих имеется хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Каждый человек видит только 10 ближайших соседей справа и 10 ближайших соседей слева от себя. Каждый из присутствующих дал ответ на вопрос: «Ты видишь больше рыцарей, чем лжецов?». Докажите, что кто-то ответит «нет».