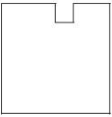
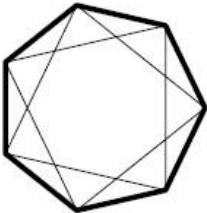


Четырнадцатая Всероссийская смена «Юный математик»

Задания конкурсного отбора

8 класс

20 мая 2018 г.

1. От квадратного торта площади 100 отрезали квадратный кусок так, как показано на рисунке справа. В результате *периметр* торта увеличился на 10%. Найдите *площадь* отрезанного куска. 
2. Стоимость рубина в сто раз больше квадрата его массы, а стоимость сапфира втрое больше его массы. Балаганов и Паниковский нашли драгоценности суммарной стоимостью 6 000 000\$. После того, как они распилили каждую драгоценность на две равные части, суммарная стоимость драгоценностей уменьшилась на 2 000 000\$. Сколько стоили изначально рубины?
3. В семиугольнике провели несколько диагоналей (смотрите рисунок). Ваня расставил в вершинах семиугольника целые числа. Он утверждает:
 - 1) на концах любой стороны семиугольника стоят два числа, одно из которых делится на другое;
 - 2) на концах любой из проведенных диагоналей стоят числа, ни одно из которых не делится на другое.

Прав ли Ваня?

4. В пяти полузаброшенных поселках живет 5, 15, 25, 35 и 45 человек соответственно. Известно, что у каждого жителя не менее двух однофамильцев. Докажите, что у кого-то есть однофамилец в своем поселке.
5. Простое число p таково, что $x^3y - xy^3$ кратно p при любых целых x и y . Найдите все возможные значения p .
6. Клетчатая фигура «уголок» состоит из центральной клетки, к которой присоединены горизонтальный и вертикальный прямоугольники 1×10 . Докажите, что при любой раскраске клеток квадрата 2018×2018 в 120 цветов из него можно вырезать «уголок», содержащий две клетки одинакового цвета.
7. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Через точки A_1 и C_1 проведены прямые перпендикулярные A_1C_1 . Они пересекают сторону AC в точках M и N соответственно. Докажите что $MC = AN$.
8. Коля выписал на доску в порядке возрастания все натуральные делители натурального числа n . Юра стер несколько первых и несколько последних чисел получившегося ряда так, что осталось 151 число. Какое наибольшее количество из оставшихся делителей могло являться пятыми степенями натуральных чисел?