**0–1.** Вася решил в числе 2024 заменить одну цифру так, чтобы получилось четырёхзначное число, делящееся на 3. Сколько различных чисел обладает нужным Васе свойством?

**1–5.** В параболу $y=x^2$ вписана трапеция $ABCD$, основания $AB$ и $CD$ которой параллельны оси абсцисс, $AB=2CD$, $\angle DAB=\angle CBA=60°$. Найдите расстояние от начала координат до прямой $AB$.

**5–2.** Каждая из 101 фишки покрашена в какой-то цвет. Известно, что среди любых 10 фишек есть три одноцветных. При каком наибольшем $k$ можно утверждать, что обязательно есть $k$ одноцветных фишек?

**2–2.** Целое число $n$ представляют в виде суммы нескольких последовательных целых чисел. Какое наибольшее количество слагаемых могло быть в этой сумме?

**2–4.** Центр $O$ описанной окружности треугольника $ABC$ (с углами $\alpha$, $\beta$, $\gamma$) отразили симметрично относительно сторон $AB$, $BC$ и $CA$, получив соответственно точки $C_1$, $A_1$ и $B_1$. Чему равен наибольший угол треугольника $A_1B_1C_1$?

**4–0.** Обучаясь раскрытию скобок, Вася увидел выражение $(a+b)(a+b+c)(a+b+c+d)(a+b+c+d+e)$ и аккуратно выписал все 120 слагаемых по 4 множителя в каждом. Сколько из этих слагаемых содержат в себе в качестве множителей по разу $a$, $b$ и $c$?

**0–3.** В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAD = 100°$, $\angle BCD = 130°$ и $AB = AD = 1$. Какие значения может принимать длина диагонали $AC$?

**3–6.** Сколькими способами число 70 можно представить в виде суммы трёх натуральных чисел, не превосходящих 30? Порядок слагаемых важен, т.е., например, сумма 10+30+30 отличается от суммы 30+10+30.

**6–5.** Дан квадратный трехчлен $f(x)=ax^2–bx+c$, причем $|a|<1$. Оказалось, что $f(a)=–b$, $f(b)=–a$. При каких значениях $c$ такое могло быть?

**5–3.** На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 построена окружность радиуса 2 с центром $O$ в узле решётки. Проведите линейкой три отрезка $AB$, $BC$ и $CA$ так, чтобы получился описанный около этой окружности треугольник $ABC$. Ответ обоснуйте.

**3–3.** Центр $O$ описанной окружности треугольника $ABC$ отразили симметрично относительно сторон $AB$, $BC$ и $CA$, получив соответственно точки $C_1$, $A_1$ и $B_1$. Укажите точное положение центра $O_1$ описанной окружности треугольника $A_1B_1C_1$.

**3–4.** Вася подсчитал, что количество способов разрезать имеющуюся у него полоску $1\times N$ на квадратики $1\times1$ и доминошки $1\times2$ равно 144. Найдите длину Васиной полоски.

**4–1.** Известно, что среди данных $n$ шаров несколько радиоактивных. Есть прибор, который за одну проверку может определить для не более чем двух шаров, сколько из них радиоактивных. За какое наименьшее количество проверок с помощью этого прибора можно найти все радиоактивные шары?

**1–1.** Какое наибольшее значение может принимать 7-значное число $\overline{ОРЛЁНОК}$, если выполняется равенство $\overline{ОРЛЁ}+\overline{НОК}=2024$? (*одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры*)

| | |
|---|---|
| **3–6** | **0–1** |
| **6–5** | **1–5** |
| **5–3** | **5–2** |
| **3–3** | **2–2** |
| **3–4** | **2–4** |
| **4–1** | **4–0** |
| **1–1** | **0–3** |

**1–2.** В игре, привезённой в лагерь, одновременно участвуют пятеро игроков. Всего в отряде 24 ребёнка. Какое наибольшее количество игр они могут сыграть, если никакие двое не должны встречаться более чем в одной игре?

**5–4.** Сколько существует треугольников с наибольшей стороной 1, у которых два целочисленных (в градусах) угла $\alpha, \beta$ удовлетворяют равенству $\cos\alpha + \cos\beta = \sin\alpha + \sin\beta$?

**2–6.** Найдите длину наибольшего катета прямоугольного треугольника $ABC$, если его периметр равен 30, а длина высоты $CH$, проведённой к гипотенузе $AB$, равна 6.

**4–4.** У прямоугольного параллелепипеда все стороны ($a$, $b$, $c$) имеют целую длину. Каждое ребро увеличили на целое число $n$, при этом площадь всей поверхности параллелепипеда увеличилась на 2024. При какой сумме $a+b+c$ такое могло быть?

**6–6.** Числа $a$, $b$ и $c$ удовлетворяют равенствам $(a+b)(b+c) = c-a-1$ и $(a+b)(a+c) = b-c-1$. Найдите все возможные значения величины $(a+c)(b+c)$.

**4–6.** $M$ – середина стороны $AD$ квадрата $ABCD$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных соответственно в треугольники $BCM$ и $ABM$.

**6–0.** Найдите наименьшее натуральное $n$, такое, что количество нулей, которыми оканчивается число $(n+10)!$, на 2024 больше количества нулей, которыми оканчивается число $n!$.

**6–1.** При каком наименьшем натуральном $n$ система уравнений $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc+7$, $a+b+c=n$ имеет решение в натуральных числах? Приведите ответ и пример.

**0–0.** Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$ такой, что $ABC$ – равносторонний треугольник, $ADC$ – равнобедренный треугольник с $\angle ADC=90°$, $AED$ – равнобедренный треугольник с $\angle AED=120°$. Каким является угол $BED$ – острым, прямым или тупым?

**1–3.** При каком наибольшем натуральном $n$ у $n$ прямых, заданных на координатной плоскости уравнениями $y=0$, $y=x$, $y=2x+1$, $y=3x+2$, $y=4x+3$, …, $y=(n-1)x+(n-2)$ будет ровно 9 различных точек пересечения?

**0–5.** На клетчатой доске 10×10 стоят 10 не бьющих друг друга ферзей. Какое наибольшее количество ферзей может стоять в левом верхнем квадрате 5×5? Приведите ответ и пример.

**3–2.** Сколько существует на шахматной доске центрально-симметричных расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга и стоящих только на чёрных клетках?

**5–5.** Пусть $n\geq3$ – нечётное натуральное число. Сколько существует перестановок $a_1$, $a_2$, …, $a_n$ чисел 1, 2, …, $n$, при которых сумма модулей $|a_1-1|+|a_2-2|+\ldots+|a_n-n|$ принимает наибольшее возможное значение?

**2–0.** В трапеции $ABCD$ ($AD$ и $BC$ – основания) с перпендикулярными диагоналями ($BD=12$) их точка пересечения $P$ разбивает каждую диагональ на отрезки целочисленной длины, расстояние между серединами оснований равно 10. При какой наименьшей длине отрезка $CP$ такая трапеция существует?

| | |
|---|---|
| 5-4 | 1–2 |
| 4–4 | 2–6 |
| 4–6 | 6–6 |
| 6–1 | 6–0 |
| 1–3 | 0–0 |
| 3–2 | 0–5 |
| 2–0 | 5–5 |