

XV ЮЖНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТУРНИР
Лига «Старт» (6-8 класс). КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА. ТУР I. ТЕСТ.

Ответы

1. Сколько решений имеет ребус $T \times U \times P + H \times I \times P = 15$?

(как обычно, в ребусе одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, а разные буквы – разные цифры).

Ответ. 144.

2. От пристани A вниз по течению реки отправились одновременно катер, пароход и плот. Катер шёл с собственной скоростью 50 км/ч; дойдя до пристани B , он сразу повернул назад и на расстоянии 4 км от A встретил плот. Пароход имел собственную скорость 30 км/ч; дойдя до B , он также сразу повернул назад, а его встреча с плотом произошла в 6,5 км от A . Найдите расстояние между A и B .

Ответ. 52.

3. Целая часть числа $[X]$ – это наибольшее целое число, не превосходящее X . Известно, что $[A]=2020$, а $[B]=2$. Сколько различных значений может принимать $[A \times B]$?

Ответ. 2023.

4. Один из трёх малышей – Цветик, Сиропчик или Незнайка съел шоколадку, которую надо было разделить на всех. Знайка попытался выяснить, кто виноват. Каждый подозреваемый указал на одного из двух других. Правду сказал только Цветик. Если бы каждый указал не на того, на которого он указал, а на второго, то Сиропчик оказался бы единственным, кто сказал правду. Кто съел шоколадку и, кто на кого указал? Укажите все возможности.

Ответ. Съел Незнайка. Возможны два случая: 1) Сиропчик указал на Цветика, Цветик и Незнайка друг на друга; 2) Сиропчик указал на Цветика, Цветик на Незнайку, Незнайка на Сиропчика.

5. Сколько существует натуральных чисел, у которых самый большой делитель, не считая самого числа, равен 2021?

Ответ. 14

6. Найдите наибольшее число a , не содержащее нулей в своей записи, сумма цифр которого равна 15, а сумма цифр числа $2a$ меньше 15.

Ответ. 551111

7. Сколькими способами можно разложить по 4 разным коробкам 10 одинаковых белых и 15 одинаковых красных шаров так, чтобы в каждой коробке красных шаров было больше, чем белых? (в каждой коробке должны присутствовать шары обоих цветов)

Ответ. 336.

8. Найдите все простые p , для которых $65p+1$ является квадратом натурального числа. В качестве ответа укажите сумму всех найденных значений p .

Ответ. 70.

9. Среди вершин правильного 11-угольника выбирают тройку вершин. Сколько способов выбрать тройку так, чтобы треугольник с этими вершинами был остроугольным?

Ответ. 55.

10. Какое наибольшее количество клеток шахматной доски могут контролировать 4 ферзя? (ферзь бьет по горизонтали, вертикали и диагонали на любое количество клеток, а также бьет клетку, на которой стоит).

Ответ. 62.

11. n -значное натуральное число называется «актуальным», если после приписывания его к самому себе получается $2n$ -значное число, делящееся на 2020. Сколько существует шести-значных «актуальных» чисел?

Ответ. 45000

12. На стороне AC правильного треугольника ABC выбраны точки P и Q , затем построен квадрат $PQRS$ так, что S лежит внутри треугольника. На стороне квадрата SR выбрана точка K и построен квадрат $SKNM$ так, что N лежит на BC , а M лежит на BA . Оказалось, что $QS = 2BS$. Найдите величину угла BSQ .

Ответ. 120 градусов.