

Блиц-бой 19.09.2023. Старшая группа

Условие	Ответ
1. Решите уравнение $2^x \cdot \sqrt{\frac{1}{4096}} = 2^x \sqrt{\frac{1}{4096}}$.	
2. Сумму $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{17}$ представили в виде $\frac{a}{b}$, где b – наименьшее общее кратное чисел от 1 до 17. Найдите остаток от деления a на 17.	
3. Данила–мастер изготовил драгоценную чашу. Дно чаши – квадрат со стороной 1, к нему примыкают четыре стенки – правильные шестиугольники, каждый из которых имеет по общей стороне с двумя соседями, а между соседними шестиугольниками вставлены треугольники так, что две стороны каждого треугольника – стороны соседних шестиугольников, а третья лежит в одной плоскости с верхними сторонами этих шестиугольников. Верхняя каёмка чаши – восьмиугольник. Найдите его площадь.	
4. Сколькими способами можно расставить вместо звёздочек нули и единицы в системе $\begin{cases} *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \end{cases}$ так, чтобы у неё было хотя бы одно решение, отличное от $x = y = z = 0$? (Системы, отличающиеся перестановкой разных уравнений, считаются различными.)	
5. В шляпе лежали карточки с числами от 1 до 40. Аня и Боря взяли по одной карточке, не показывая свои карточки друг другу. Аня сказала: "Я не знаю, у кого число больше". Боря ответил: "А я знаю". "А твоё число простое?" – спросила Аня. "Да" – сказал Боря. "Тогда," сказала Аня, "если твоё число умножить на 100 и прибавить моё, получится точный квадрат." У кого какое число? (Аня и Боря победители олимпиад и знают, о чём говорят.)	
6. Сколькими существует подмножеств множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, содержащих ровно одну пару последовательных чисел?	
7. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 1000, остатки при делении которых на 2, 3, 4, 5 и 6 различны?	
8. Точка P на вписанной окружности ромба $ABCD$ с острым углом A находится на расстояниях 9, 5 и 16 от сторон DA , AB и BC соответственно. Найдите периметр ромба.	