

**0–0.** Найдите все натуральные  $n$  такие, что  $n!$  оканчивается ровно на 100 нулей.

**0–1.** Найдите все равнобедренные треугольники, у которых все три угла (в градусах) численно равны простым числам.

**0–2.** У каждого из двух десятизначных чисел все цифры различны, а у их суммы все цифры одинаковы. Чему может равняться эта сумма? *Приведите вес варианты ответа и примеры к ним.*

**0–3.** Дано  $n \geq 2$  кучек с попарно различным количеством монет. За один ход можно выбрать любые две кучки и добавить в них по одной монете. При каких  $n$  можно гарантированно уравнивать количества монет во всех кучках?

**0–4.** В графе на 100 вершин самый короткий цикл содержит 70 вершин. Какое минимальное количество вершин со степенью не более 2 могло быть?

**0–5.** Вырежьте из доски  $8 \times 8$  десять клеток так, чтобы из оставшихся клеток нельзя было вырезать по линиям сетки прямоугольник площади, не меньшей 8.

**0–6.** Какое наименьшее количество квадратов  $2 \times 2$  с равным количеством белых и чёрных клеток может быть на доске  $8 \times 8$ , на которой по 32 белых и чёрных клетки? Приведите ответ и пример.

**1–1.** Какая обыкновенная несократимая дробь при переводе в десятичную даёт число  $0,201820182018\dots$ ?

**1–2.** Сколько существует чётных натуральных чисел, у которых неполное частное от деления на 2018 равно остатку?

**1–3.** В одной компании было  $n \geq 2$  человек (каждый – рыцарь, всегда говорящий правду, или лжец, всегда говорящий неправду). Каждый произнёс одну фразу: «Среди всех остальных (не считая меня) не больше 5 рыцарей и не больше 8 лжецов». Сколько рыцарей могло быть в этой компании?

**1–4.** Решите уравнение  $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ .

**1–5.** По кругу выписаны 2018 чисел. Если взять любое из этих чисел и умножить на стоящее за ним по часовой стрелке, то полученное произведение будет больше взятого числа. Какие значения может принимать сумма всех выписанных чисел?

**1–6.** В выпуклом шестиугольнике с углами в  $120^\circ$  четыре подряд идущие стороны равны 3, 12, 4 и 9. Найдите длины двух других сторон.

**2–2.** Действительные числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию  $x^2 - \frac{2}{y} = y^2 - \frac{2}{x}$ . Найдите все пары  $x$  и  $y$  такие, что  $xy(x+y)=2$ .

**2–3.** При каких натуральных  $n \geq 2$  полный граф  $K_n$  будет иметь эйлеров путь?

**2–4.** Натуральные числа  $a, b, c$  и  $d$  удовлетворяют соотношению  $a^2 + b^2 + ab = cd$ . Какой остаток при делении на 4 может быть у суммы  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ ?

**2–5.** При каких значениях параметра  $b$  уравнение  $x^2 + bx + 2018 = 0$  имеет два различных целых корня?

**2–6.** Прямая пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  и прямую  $BC$  в точках  $L, M$  и  $N$  соответственно, причём  $2AL < AB$ . Точки  $F, K$  и  $T$  — середины отрезков  $AM, AB$  и  $MN$  соответственно, причём прямые  $LF$  и  $BC$  параллельны. Какие значения может принимать отношение  $TC:KL$ ?

**3–3.** При каких действительных  $x$  сумма  $|x| + |x + 1| + |x + 3| + |x + 4|$  принимает наименьшее значение?

**3–4.** На острове живут три племени: рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, которые иногда говорят правду, а иногда лгут. За круглым столом сидят 2018 представителей всех трёх племен. Каждый из сидящих за столом произнёс две фразы: 1) «Слева от меня сидит лжец.» 2) «Справа от меня сидит хитрец.» Сколько хитрецов могло быть среди них?

**3–5.**  $n$  волейбольных команд участвуют в кубковом турнире на выбывание. Команда, проигравшая три матча, выбывает из дальнейшей борьбы. Турнир продолжается до тех пор, пока не останется одна команда-победитель. При каких  $n$  могло случиться так, что каждая команда сыграла с каждой ровно по одному матчу?

**3–6.** Найдите отношение длин оснований  $AD:BC$  трапеции  $ABCD$  площади 2018, если площадь треугольника  $BCO$  равна 100 ( $O$  — точка пересечения диагоналей трапеции).

**4–4.** Какое наибольшее количество прямоугольников  $1 \times 3$  можно гарантированно вырезать из доски  $8 \times 8$  с 5 предварительно удалёнными клетками?

**4–5.** Натуральное число назовём *сложным*, если его можно представить в виде суммы как четырёх, так и пяти последовательных натуральных чисел. Сколько существует сложных четырёхзначных чисел?

**4–6.** Разрежьте равнобедренный прямоугольный треугольник на 4 треугольника так, чтобы три из них были равны между собой, и любым из этих трёх можно было накрыть не равный им четвёртый.

**5–5.** В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $BC$  — точка  $L$  так, что  $\angle KBC = 10^\circ$  и  $\angle LAC = 20^\circ$ . Найдите величину угла  $ALK$ , если известно, что  $\angle BCA = 40^\circ$  и  $\angle BAC = 80^\circ$ .

**5–6.** Петя и Вася по очереди выписывают делители натурального числа  $N$ . Делитель можно выписать, только если он не выписывался ранее и взаимно прост со всеми ранее выписанными числами. Начинает Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может победить, независимо от игры противника?

**6–6.** Пусть  $R(n)$  — это разность шестизначного числа  $n$  и числа, образованного его первыми тремя цифрами (например,  $R(567432) = 567432 - 567 = 566865$ ). У скольких шестизначных чисел  $R(n)$  будет кратно 9?