

**0–0.** Чему может быть равен угол  $A$  равнобедренного треугольника  $ABC$ , если  $\angle AOB = 40^\circ$ ? ( $O$  – центр описанной окружности треугольника  $ABC$ )

**0–1.** Найдите какой-нибудь набор цифр, возможно одинаковых, удовлетворяющих равенству для четырёхзначного числа  $\overline{abcd} = (a + b + c + d) \cdot (\overline{ab} - d)^c$ .

**0–2.** Найдите наибольшее десятизначное число из различных цифр, которое в 2 меньше другого десятизначного числа из различных цифр.

**0–3.** Найдите три наименьших последовательных натуральных числа, произведение которых делится на 2023.

**0–4.** Какое наибольшее количество «Домов» может быть в «СЕЛе»-ребусе:  $\overline{ДОМ} + \dots + \overline{ДОМ} = \overline{СЕЛО}$ ? Приведите ответ и пример. (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)

**0–5.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$   $\angle DBA = 30^\circ$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $\angle CAD = 30^\circ$  и  $\angle BDC = 75^\circ$ . Какой из углов  $A$  и  $C$  больше и на сколько?

**0–6.** Вася расставляет в некотором порядке все цифры от 0 до 9 и ставит между ними каким-то образом плюсы, чтобы получить как можно меньшую сумму, но всё-таки не меньше 2023. Какое наименьшее значение он может получить? Приведите ответ и пример.

**1–1.** Какое число надо прибавить к квадратному трёхчлену  $x^2 + x + 1$ , чтобы оно оказалось корнем нового квадратного трёхчлена?

**1–2.** Какое наименьшее значение может принимать сумма двух целых чисел, разность квадратов которых равна 2023?

**1–3.** Несколько натуральных чисел выписаны в строчку. Каждую минуту между каждыми двумя числами, стоящими рядом, вписывается их сумма. Сколько раз на доске будет написано число 2023 через 2023 минуты, если в начале выписаны числа 1 и 1000?

**1–4.** Сколькими способами на шахматной доске можно расположить четырёхклеточное тетрамино в виде буквы «Г», чтобы фигурка располагалась точно по клеткам доски и в пределах доски?

**1–5.**  $ABCD$  – прямоугольная трапеция (угол  $A$  – прямой) с основаниями  $AB$  и  $CD$  такая, что  $BD$  – биссектриса угла  $ABC$ . Какие значения может принимать  $\angle ABD$ ?

**1–6.** Найдите наименьшее значение семизначного числа  $\overline{ОРЛЁНОК}$ , если дробь  $\frac{\overline{ОРЛЁ}}{\overline{НОК}}$  принимает целое значение? (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)

**2–2.** Найдите наименьшее натуральное число  $n$  такое, что  $15n$  – точный куб,  $4n$  – точный квадрат.

**2–3.** Вася сложил все натуральные числа от 1 до 2023 и получил в сумме число, оканчивающееся на 023, что оказалось следствием его ошибки – одного пропущенного числа. Какое число мог случайно пропустить Вася?

**2–4.** На стороне  $AD$  квадрата  $ABCD$  взяли такую точку  $P$ , отличную от вершин, что  $PB$  – биссектриса угла  $APC$ . Какие значения может принимать  $\angle APC$ ?

**2–5.** Вася записал числа  $1, 2, \dots, 100$  на пятидесяти карточках, на каждой стороне каждой карточки — по числу. Затем он выложил карточки на стол. Петя видит лишь верхние числа; он может выбрать любой набор карточек (возможно, пустой) и перевернуть их. Он выиграет, если после этого сумма чисел на верхних сторонах карточек будет не меньше  $k$ . При каком наибольшем  $k$  Петя гарантированно может выиграть?

**2–6.** Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  образует углы по  $40^\circ$  со стороной  $BC$  и высотой  $DH$ . Найдите углы параллелограмма.

**3–3.** Расставьте цифры 0, 2 и 3 в клетках таблицы  $7 \times 7$  так, чтобы число 2023 можно было прочесть (по горизонтали, вертикали или диагонали, причём в любом направлении) более чем 33 способами.

**3–4.** Какое наибольшее количество точек с целыми координатами может лежать на периметре треугольника  $ABC$  площади 2023, все вершины которого также являются точками с целыми координатами?

**3–5.** Контроль времени «5+3» в шахматной партии устроили так: у игрока на часах первоначально 5 минут, а после каждого его хода к остатку времени добавляется 3 секунды (ход считается завершённым и при истечении времени на часах в момент нажатия кнопки). На первый свой ход Петя потратил 1 секунду, на второй – 3 секунды, на третий – 5 секунд и так далее. Какое наибольшее число ходов он мог сделать?

**3–6.** При каком наибольшем  $N$  в ряд можно в некотором порядке расставить все целые числа от 1 до  $N$  так, чтобы каждое из них, начиная со второго, отличалось от предыдущего на целое число процентов? Сколькими способами это можно сделать при данном  $N$ ? Приведите оба ответа и один из примеров.

**4–4.** На диагонали  $AC$  прямоугольника  $ABCD$  со сторонами  $a$  и  $b$  выбраны точки  $E$  и  $F$  такие, что  $AE = AB$  и  $AF = AD$ . Пусть  $G$  и  $H$  — основания перпендикуляров, опущенных на сторону  $AB$  из точек  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите  $AG + FH$ .

**4–5.** Вася поставил  $n$  коней на доску  $5 \times 5$  таким образом, что любые  $(n-1)$  из них могут сделать одновременно ход, после которого все кони вновь окажутся в разных клетках доски. При каком наибольшем  $n$  Вася мог такое сделать?

**4–6.** Как известно, три прямые, проведённые через середины сторон треугольника параллельно биссектрисам противоположных углов, пересекаются в одной точке. Центром какой окружности будет эта точка?

**5–5.** Закрасьте не менее 18 клеток доски  $5 \times 5$  так, чтобы любая закрашенная клетка граничила по стороне не более чем с двумя закрашенными клетками.

**5–6.** Сколько существует раскрасок клеток доски  $8 \times 8$  в два цвета таких, что в каждом квадрате  $2 \times 2$  будет ровно 2 чёрных и 2 белых клетки? Ответ дать числом в десятичной записи.

**6–6.** Расставьте на шахматной доске наибольшее количество пар бьющих друг друга короля и ладью так, чтобы никаких других фигур они уже не били.