

0–0. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D , а для любой точки X внутри отрезка BD на описанной окружности треугольника ABC отмечается точка P такая, что $XP=XB$. Укажите точно окружность, которой касаются все возможные прямые XP .

0–1. Сколькими способами на шахматной доске можно расположить четырёхклеточное тетрамино в виде буквы «Г», чтобы фигурка располагалась точно по клеткам доски и в пределах доски?

0–2. На катете $CA=6$ равнобедренного прямоугольного треугольника ABC (угол C – прямой) отмечены середина M и точка K так, что лучи BM и BK симметричны относительно биссектрисы BL . Найдите CK .

0–3. Найдите длину стороны куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если известно, что $PK=2023$, где точки P и K делят рёбра AB и CC_1 в отношениях $AP:PB=1:2$ и $CK:KC_1=3:1$.

0–4. На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ со сторонами a и b выбраны точки E и F такие, что $AE = AB$ и $AF = AD$. Пусть G и H — основания перпендикуляров, опущенных на сторону AB из точек E и F соответственно. Найдите $AG+FH$.

0–5. Вася записал числа $1, 2, \dots, 100$ на пятидесяти карточках, на каждой стороне каждой карточки — по числу. Затем он выложил карточки на стол. Петя видит лишь верхние числа; он может выбрать любой набор карточек и перевернуть их. Он выиграет, если после этого сумма чисел на верхних сторонах карточек будет не меньше k . При каком наибольшем k Петя гарантированно может выиграть?

0–6. Найдите наименьшее значение семизначного числа $\overline{ОРЛЁНОК}$, если дробь $\frac{\overline{ОРЛЁ}}{\overline{НОК}}$ принимает целое значение? (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)

1–1. Найдите $\arcsin(\cos 1)$.

1–2. Какое наименьшее значение может принимать сумма двух целых чисел, разность квадратов которых равна 2023?

1–3. $ABCD$ – прямоугольная трапеция (угол A – прямой) с основаниями AB и CD такая, что BD – биссектриса угла ABC . Какие значения может принимать $\angle ABD$?

1–4. Решите уравнение $\sin^2 x + \cos^3 x = 1$.

1–5. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует углы по 40° со стороной BC и высотой DH . Найдите углы параллелограмма.

1–6. При каком наибольшем N в ряд можно в некотором порядке расставить все целые числа от 1 до N так, чтобы каждое из них, начиная со второго, отличалось от предыдущего на целое число процентов? Сколькими способами это можно сделать при данном N ? Приведите оба ответа и один из примеров.

2–2. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что $15n$ – точный куб, $4n$ – точный квадрат.

2–3. Вася расставляет в некотором порядке все цифры от 0 до 9 и ставит между ними каким-то образом плюсы, чтобы получить как можно меньшую сумму, но всё-таки не меньше 2023. Какое наименьшее значение он может получить? *Приведите ответ и пример.*

2–4. Чему может быть равен угол A равнобедренного треугольника ABC , если $\angle AOB=40^\circ$? (O – центр описанной окружности треугольника ABC)

2–5. Последовательность a_1, a_2, \dots, a_{100} удовлетворяет условию $a_{n+3} = a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных $n \leq 97$. Кроме того, известно, что $a_1 = a_3 = 1$ и $a_{98} = a_{99}$. Найдите сумму всех чисел $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$.

2–6. Закрасьте не менее 26 клеток доски 6×6 так, чтобы любая закрашенная клетка граничила по стороне не более чем с двумя закрашенными клетками.

3–3. Вася поставил n коней на доску 5×5 таким образом, что любые $(n-1)$ из них могут сделать одновременно ход, после которого все кони вновь окажутся в разных клетках доски. При каком наибольшем n Вася мог такое сделать?

3–4. Какое наибольшее количество точек с целыми координатами может лежать на периметре треугольника ABC площади 2023, все вершины которого также являются точками с целыми координатами?

3–5. Контроль времени «5+3» в шахматной партии устроили так: у игрока на часах первоначально 5 минут, а после каждого его хода к остатку времени добавляется 3 секунды (ход считается завершённым и при истечении времени на часах в момент нажатия кнопки). На первый свой ход Петя потратил 1 секунду, на второй – 3 секунды, на третий – 5 секунд и так далее. Какое наибольшее число ходов он мог сделать?

3–6. Как известно, три прямые, проведённые через середины сторон треугольника параллельно биссектрисам противоположных углов, пересекаются в одной точке. Центром какой окружности будет эта точка?

4–4. Найдите наибольшее значение функции $f(x, y) = \frac{1}{x+y+2} - \frac{1}{(x+1)(y+1)}$ при положительных x и y .

4–5. Решите уравнение $\sqrt{x+5} = 5 - x^2$.

4–6. Найдите сумму $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5}$.

5–5. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое число знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Какое наибольшее число пар знакомых могло быть среди участвовавших во встрече?

5–6. Сколько существует раскрасок клеток доски 8×8 в два цвета таких, что в каждом квадрате 2×2 будет ровно 2 чёрных и 2 белых клетки? *Ответ дать числом в десятичной записи.*

6–6. Расставьте на шахматной доске наибольшее количество пар бьющих друг друга короля и ладью так, чтобы никаких других фигур они уже не били.