

**1. (мл)** В треугольник вписана окружность радиуса 3. Найдите стороны треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки, равные 4 и 3.

**3. (мл)** На экране калькулятора горит трёхзначное число. Каждую секунду к нему прибавляется его первая цифра. Какое наибольшее четырёхзначное число могло появиться на экране?

**9. (мл)** Натуральное число минимальной возможной длины назовём *трехзначнопорождающим*, если из него любое трёхзначное число от 100 до 999 можно получить вычёркиванием некоторых цифр. Пусть  $N$  – количество *трехзначнопорождающих* чисел. Запишите  $N$  в виде разложения на простые множители (по возрастанию простых чисел).

**11. (мл)** На границе единичного квадрата отмечены 8 точек – все вершины квадрата и середины сторон. У скольких выпуклых многоугольников с вершинами в этих точках площадь равна  $1/2$ ?

**2. (мл)** Сколько раз в течение суток на обычных электронных часах (чч:мм:сс) горит арифметическая прогрессия из трёх различных чисел? На часах никогда нет числа 60, т.е., например, после 02:08:59 горит 02:09:00, а после 23:59:59 сразу 00:00:00.

**4. (мл)** Сколько положительных подряд идущих нечётных чисел могли сложить, если их сумма равна 1200?

**10. (мл)** Решите при натуральных  $n$  неравенство  $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{n}] \geq 2023$ , где  $[x]$  – целая часть числа  $x$ , т.е. наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

**12. (мл)** Последовательность определена следующим образом:

$$a_1 = 1000000, a_{i+1} = a_i - 2\sqrt{a_i} + 1.$$

Сколько среди её первых 2023 членов положительных чисел?

**5. (мл)** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  точки  $E$  и  $F$  являются серединами сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно. Отрезки  $AE$ ,  $AF$  и  $EF$  делят четырёхугольник на 4 треугольника, площади которых равны четырём последовательным натуральным числам. Каково наибольшее возможное значение площади треугольника  $ABD$ ?

**7. (мл)** В десятичной записи числа  $1/140$  вычеркнули цифры с  $n$ -й по 2023-ю после запятой и получили прежнее число. При каком наименьшем  $n$  такое могло быть?

**13. (мл)** Дан треугольник  $ABC$ . Будем называть прямую *хорошей*, если она равноудалена от каких-то двух вершин треугольника. Какое наибольшее количество хороших прямых можно провести так, чтобы никакие две из них не были параллельны и никакие три не пересекались в одной точке?

**15. (мл)** На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  взяты точки  $M$  и  $N$  так, что  $AN = AC$  и  $BM = BC$ . Какие значения может принимать отношение  $\frac{MN^2}{AM \cdot BN}$  ?

**6. (мл)** Десятизначное число из различных цифр назовём *миллиардерским*, если оно обладает следующим свойством: если начать слева и вместо каждой цифры этого числа записать количество цифр, которые делятся на неё среди всех цифр, расположенных справа от неё, то получится число 1000000000. Сколько всего миллиардерских чисел?

**8. (мл)** На шахматной доске стоят 5 ладей, не бьющих друг друга. Сколькими способами можно поставить ещё 5 ладей так, чтобы теперь каждая ладья была ровно одну ладью?

**14. (мл)** На краю шахматной доски стоят 28 коней. За какое наименьшее количество ходов их можно переставить так, чтобы они по-прежнему стояли с краю доски, но никакой конь не остался на своей прежней клетке?

**16. (мл)** В ряд выписываются в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 64. В каком наибольшем количестве пар соседние числа могут оказаться не взаимно простыми?