

1. (ст) На оси абсцисс декартовой системы координат « Oxy » отмечена точка $A(1;0)$. Укажите уравнение геометрического места точки C , третьей вершины равностороннего треугольника ABC , если точка B лежит на оси ординат.

2. (ст) Сколько раз в течение суток на обычных электронных часах (чч:мм:сс) горит арифметическая прогрессия из трёх различных чисел? На часах никогда нет числа 60, т.е., например, после 02:08:59 горит 02:09:00, а после 23:59:59 сразу 00:00:00.

3. (ст) Дана последовательность $\{a_n\}$: $a_1=1$, $a_{2n}=a_n$, $a_{2n+1}=a_{2n}+1$. Для скольких натуральных n , не превосходящих 2023, выполняется равенство $a_n=7$?

4. (ст) Сколько положительных подряд идущих нечётных чисел могли сложить, если их сумма равна 1200?

9. (ст) Натуральное число минимальной возможной длины назовём *трехзначнопорождающим*, если из него любое трёхзначное число от 100 до 999 можно получить вычёркиванием некоторых цифр. Пусть N – количество *трехзначнопорождающих* чисел. Запишите N в виде разложения на простые множители (по возрастанию простых чисел).

10. (ст) Решите при натуральных n неравенство $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{n}] \geq 2023$, где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число, не превосходящее x .

11. (ст) В треугольнике ABC стороны AB и AC равны соответственно 2 и 7, а биссектриса угла A проходит через центр O окружности, описанной около середин сторон треугольника. Найдите BC .

12. (ст) Сумма нескольких натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 10, не превосходит S . Найдите максимальное S такое, что эти числа гарантированно можно разбить на две группы, в каждой из которых сумма не превосходит 70.

5. (ст) Около треугольника ABC описана окружность. Медиана AD продолжена до пересечения с этой окружностью в точке E . Известно, что $AB+AD=DE$, $\angle BAD=60^\circ$, $AE=6$. Найдите площадь треугольника ABC .

7. (ст) Рассматриваются $2 \leq N \leq 1000$ подряд идущих натуральных чисел, произведение которых вырастет ровно в $k \leq 10$ раз после увеличения каждого числа на 1. Сколько существует пар натуральных чисел (N, k) , для которых данная ситуация возможна?

13. (ст) Разложите на 2 приведённых квадратных трехчлена многочлен $x^4+x^3+x^2+x+1$.

15. (ст) Окружности, проходящие через пары точек A, B и A, C , касаются соответственно прямых AC и AB , пересекаясь повторно в точке D . Какие значения может принимать отношение $BD:DC$, если $AB=3$, $AC=2$?

6. (ст) Десятизначное число из различных цифр назовём *миллиардерским*, если оно обладает следующим свойством: если начать слева и вместо каждой цифры этого числа записать количество цифр, которые делятся на неё среди всех цифр, расположенных справа от неё, то получится число 1000000000. Сколько всего миллиардерских чисел?

8. (ст) На шахматной доске стоят 5 ладей, не бьющих друг друга. Сколькими способами можно поставить ещё 5 ладей так, чтобы теперь каждая ладья била ровно одну ладью?

14. (ст) На краю шахматной доски стоят 28 коней. За какое наименьшее количество ходов их можно переставить так, чтобы они по-прежнему стояли с краю доски, но никакой конь не остался на своей прежней клетке?

16. (ст) Назовём набор из ста натуральных чисел *красивым*, если сумма чисел набора равна их НОКу. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел *красивого* набора?